Université de Versailles – Saint-Quentin-en-Yvelines | Année 2012 – 2013
L2 – MA 350 | Automne

TD 1 : INTRODUCTION À SAGE

Enregistrer le fichier sous le nom `2012MA350_NOM_Prenom_AAAAMMJJ_TDN_bla` où `NOM` est votre nom de famille en majuscule et `Prenom` votre prénom. Ensuite, `AAAA` est l'année en cours (`2012` *a priori*), `MM` le mois (ici septembre, donc `09`) et `JJ` le jour (ici `17`). Enfin `N` est le numéro de TD (ici `1`) et `bla` est un texte décrivant le contenu ou dépendant de votre humeur. Le nom du fichier ne doit pas contenir de caractères spéciaux et ce, malgré leur présence dans vos nom et prénom. Exemple : `2012MA350_MARTIN_Jacques_20120917_TD1_Intro`.

Exercice 1.
- Pour revenir à la ligne, il faut taper `Entrée`, tandis que pour exécuter une commande, il faut taper `Shift+Entrée`.
- Deux commandes sur une même ligne se séparent à l'aide du point-virgule `;`.
- Taper dans des champs distincts les trois commandes suivantes :

```
10*4
10**4
10^4
```

Que fait chaque commande ? De même avec

```
10/4
10//4
10%4
```

Voyez-vous une différence entre les deux dernières commandes ? Faites des essais avec d'autres valeurs.

Exercice 2. Seules les commandes sur la dernière ligne sont susceptibles d'afficher un résultat. Comparer :

```
a=2; b=4
a+b
a-b
```

et

```
a=2; b=4
a+b; a-b
```

Exercice 3. *Qui est qui ?* Tapez sous SAGE les lignes de commandes suivantes.

```
a=2
b=a+1
c=a+b
a=b+c
c=a
b=a+c
d=a-b+c
c=d+3*a
b=b-d
```

Affichez a, b, c, d. Pouvez-vous expliquer les résultats obtenus ? Supprimez la première ligne et relancez. Que remarquez-vous ? Pourquoi ?

Exercice 4. Le corps des réels s'obtient en tapant `RR` ou `RealField (100)` si l'on veut travailler avec des réels en précision 100.

Pour connaître les décimales de π (qui s'obtient en tapant `pi`) à la précision 100, il faut taper

```
R1=RealField (100); R1 (pi)
```

On peut s'amuser à créer les réels avec plusieurs précisions possibles. Comparer les différents résultats de

```
R2=RealField (4)
R3=RealField (5)
```

```
R4=RealField (1000)
R2(pi); R3(pi); R4(pi)
```

Que remarque-t-on ?
On peut aussi utiliser la commande `numerical_approx(pi)`. En utilisant l'aide, modifier la précision.

Exercice 5. Pour définir une variable `y`, il faut taper `y = var('y')`. La variable `x` est toujours définie par défaut. De manière plus pratique `automatic_names (True)` permet de laisser SAGE déclarer automatiquement les variables seul.

- Pour créer une fonction `f` renvoyant le cube d'un nombre, on peut écrire `f(x)=x^3`. Taper `f` ensuite pour voir ce que SAGE affiche.
- Effectuer `f(3)`, `derivative (f)` et `derivative (f, x)`. Que font ces commandes ?
- Effectuer `plot(f,-2,2)`. Que fait cette commande ?
- Définir la fonction `g` associant à `x` et `y` la valeur `x^y`. Que renvoie `g(0,3)` ? Demander à SAGE les valeurs de `g(x,y)` pour différents `x` et `y` positifs et proches de 0. Que remarque-t-on ?
- Déterminer ce que font les commandes
  ```
  derivative (g, x)
  derivative (g, y)
  derivative (g)
  ```
- Pour utiliser l'aide d'une fonction, il faut taper `?` après le nom de la fonction puis taper `Tab`. Utiliser l'aide de `integral` pour déterminer comment calculer une primitive de `f` puis comment obtenir
$$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$$

Exercice 6. Dans cet exercice, on va voir comment demander à SAGE de résoudre des systèmes linéaires.

- Taper :
  ```
  a,b,c=var('a,b,c') #pas obligatoire si automatic_names (True)
  eq1 = a + b + c == 1
  eq2 = a + 2*b + 3*c == 2
  eq3 = 2*a + 4*b + c == -1
  solve ([eq1, eq2, eq3], [a,b,c])
  ```
  Quelle est la différence entre `=` et `==` ?
- Lui demander de résoudre les systèmes
$$\begin{cases} 2a+3b+c &= 1 \\ a+b+c &= 2 \\ a+2b &= -1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2a+3b+c &= 1 \\ a+b+c &= 2 \\ a+2b &= 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2+y^2 &= 1 \\ x^2-2x+y^2 &= 0 \end{cases}$$
- Taper
  ```
  eq1 = x+y+2
  eq2 = x-y+3
  solve ([eq1, eq2], [x,y])
  ```
  Que fait cette suite de commandes ?

Exercice 7. Utiliser judicieusement des commandes telles que `plot, implicit_plot, plot3d, show` pour visualiser graphiquement les solutions des systèmes de l'exercice précédent. On commencera par $\begin{cases} x^2+y^2 &= 1 \\ x^2-2x+y^2 &= 0 \end{cases}$.